

1-RASYONEL SAYILAR VE ÖZELLİKLERİ

A)Rasyonel Sayılar: Birbirine denk olan kesirlerin meydana getirdiği her kümeye rasyonel sayı denir. Rasyonel sayıların meydana getirdiği kümelere rasyonel sayılar kümesi denir. Rasyonel sayılar kümesi "Q" ile gösterilir.

NOT: Her tam sayı rasyonel sayı olarak yazılabilir.

ÖR:

Yandaki şekilde, bir bütün 4 eş parçaya bölünmüş ve bu eş parçalardan üç tanesi . taranmıştır.

3

4

Taralı bölge, bütünün üç tane parçası(kesri)dir. Bu parçaları belirten kesir, 3 biçiminde gösterilir.

4

3 kesrinde; 3'e pay, 4'e payda denir: 3 kesri, "üç bölü dört" ya da "dörtte üç" diye okunur.

NOT 😊 Sıfırdan büyük olan rasyonel sayılara pozitif rasyonel sayılar, sıfırdan küçük rasyonel sayılar da negatif rasyonel sayılar denir.

Pozitif rasyonel sayılar kümesi "Q+" ile gösterilir. Negatif rasyonel sayılar kümesi "Q-" ile gösterilir.

$$Q = Q^- \cup \{0\} \cup Q^+$$

-1-

B)Rasyonel Sayıları Karşılaştırma (büyüklük ,küçüklük)

1-Paydaları eşit olan rasyonel sayılar:

Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılarda payı büyük olan daha büyük, payı küçük olan daha küçüktür.

ÖR: $\frac{15}{20}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{3}{20}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{7}{20}$ $\frac{15}{20}$

$\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$

Paydaları eşit olan negatif rasyonel sayılar pozitifin tam tersidir. Payı büyük olan negatif rasyonel sayılar küçük, payı küçük olan negatif rasyonel sayılar büyüktür.

ÖR: $\frac{15}{20}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{3}{20}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{7}{20}$ $\frac{3}{20}$

$\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$ $\frac{20}{20}$

2-Payları eşit olan rasyonel sayılar:

Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılarda paydası küçük olan daha büyük, paydası büyük olan daha küçüktür.

ÖR: $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{7}$

$\frac{9}{9}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{9}{9}$

Payları eşit olan negatif rasyonel sayılar pozitifin tam tersidir. Paydası büyük olan negatif rasyonel sayılar büyük paydası küçük olan negatif rasyonel sayılar küçüktür.

ÖR: 7 , 7 , 7 7 7 7

9 5 3 9 5 3

3-Payı ve paydaları farklı olan rasyonel sayılar:

Payı ve paydaları farklı olan rasyonel sayılarda pay paydaya bölünerek sıralama yapılır.

ÖR: 18 , 7 , 48 $18:3=6$ 48 7 18

3 4 57 $7:4=1,75$ 57 4 3

48:57=0,84

-2-

Arada olma

İki rasyonel sayı arasına bir yada birkaç rasyonel sayı yerleştirmeye denir.

ÖR: 2 ile 4

3 5

I.YOL: 2 4 II.YOL:2 4 III.YOL: 1 2 4

3 5 3 5 2 3 5

2

1 2 4 1 10 12 1 22 22

2 3 5 2 15 15 2 15 30

ÖR: 5 ile 7 1 5 7 1 15 14

4 6 2 4 6 2 12 12

1 29 29

2 12 24

5 29 7

4 24 6

C-İrrasyonel sayılar:

Sayı doğrusu üzerinde görüntüsü olmasına karşın,rasyonel olmayan

gibi sayılara irrasyonel sayılar denir.İrrasyonel sayıların oluşturduğu kümeye irrasyonel sayılar kümesi denir.

Gerçek (reel) sayılar kümesi:Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayıların birleşim kümesine gerçek (reel) sayılar kümesi denir.Gerçek

sayılar kümesi ,sayı ekseninin her noktasını doldurur.Sayı doğrusu üzerinde her noktaya bir gerçek sayı her gerçek sayıya da bir nokta karşılık gelir.

Gerçek sayılar kümesi,"R" sembolü ile gösterilir.

-3-

2-RASYONEL SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

a)Aynı işaretli iki rasyonel sayının toplama işlemi

Aynı işaretli iki rasyonel sayının toplama işlemi yapılırken ,rasyonel sayıların paydaları eşit değilse ,paydalar eşitlenir.Payların mutlak değerleri toplamı paya yazılır.Ortak payda,paydaya yazılır.toplananların ortak işareti,toplama ,işaret olarak verilir.

Tam sayılı kesirler toplanırken ,bu kesirler bileşik kesre çevrilerek toplama işlemi yapılır.

ÖR: $\frac{+3}{5} + \frac{+7}{5} + \frac{+3}{5} + \frac{+35}{5} + \frac{+3}{5} + \frac{+38}{5}$
5 1 5 35 3 5

b)Ters işaretli iki rasyonel sayının toplama işlemi

Ters işaretli iki rasyonel sayının toplama işlemi yapılırken, rasyonel sayıların paydaları eşit değilse eşitlenir.payların mutlak değerleri farkı alınır,paya yazılır.Ortak payda ,paydaya yazılır.toplam olan rasyonel sayının işareti ise,mutlak değeri büyük olan rasyonel sayının işaretidir.

ÖR: $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4} - \frac{20}{60} + \frac{24}{60} - \frac{15}{60}$
3 5 4 60 60 60

$+\frac{20}{60} + \frac{24}{60} + (-\frac{15}{60})$
60

$+\frac{44}{60} + (-\frac{15}{60})$
60

$\frac{29}{60}$
60

$-\frac{4}{60}$

3-RASYONEL SAYILAR KÜMESİNDE TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

a)Kapalılık özelliği:İki rasyonel sayının toplamı , yine bir rasyonel sayıdır.Yani rasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.

ÖR: $-\frac{2}{3} + \frac{2}{6} - \frac{4}{6} + \frac{2}{6} - \frac{2}{6}$
3 6 6 6 6

b)Değişme özelliği:Rasyonel sayılar kümesinde,toplama işleminin değişme özelliği vardır.

ÖR: $-\frac{4}{7} + \frac{1}{2} - \frac{8}{14} + \frac{7}{14} - \frac{1}{14}$
7 2 14 14 14

$+\frac{1}{2} - \frac{4}{7} + \frac{7}{14} - \frac{8}{14} - \frac{1}{14}$
2 7 14 14 14

$-\frac{4}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{4}{7}$
7 2 2 7

c)Birleşme özelliği:rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

ÖR: $\frac{4}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{4}{8} + \frac{8}{8}$

5 5 5 5 5

4 3 1 7 1 8

5 5 5 5 5

4 3 1 4 3 1

5 5 5 5 5

-5-

d)Etkisiz (birim) eleman özelliği:"0"tam sayısına,rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz (birim) elemanı denir.

ÖR: -7 -7 -7 -7

9 9 9 9

buna göre;

-7 -7

9 9

e)Ters eleman özelliği:Toplamları "0"tam sayısına eşit olan iki rasyonel sayıya toplama işlemine göre birbirinin tersi denir.

ÖR: +5 -5

20 20

-5 +5

20 20

4-RASYONEL SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

İki rasyonel sayının farkı bulunurken,eksilen rasyonel sayı,çıkan rasyonel sayının toplama işlemine göre tersi ile toplanır.

ÖR: +3 +1 +3 -1 +18 -5 +13

5 6 5 6 30 30 30

ÖR: +7 +5 +7 +25

10 2 10 10

+7 -25 -18

10 10 10

-6-

Yukarıda verilen örneğe göre iki rasyonel sayının farkı,yine bir rasyonel sayıdır.Buna göre ;
Rasyonel sayılar kümesi çıkarma işlemine göre kapalıdır.

5-RASYONEL SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

İki rasyonel sayının çarpma işlemi payların çarpımı paya, paydaların çarpımı paydaya yazılarak yapılır.

NOT: Aynı işaretli iki rasyonel sayının çarpımı pozitif , ters işaretli iki rasyonel sayının çarpımı ise negatif bir rasyonel sayıdır.

Yani:

$$+ \times + = +$$

$$- \times - = +$$

$$- \times + = -$$

$$+ \times - = -$$

ÖR: $-\frac{4}{1} + \frac{3}{1} (-\frac{4}{1}) \times (\frac{3}{1}) = -\frac{12}{1}$

$$1 \ 4 \ 1 \times \ 4 \ 4$$

NOT: Tam sayılı kesir biçiminde verilen rasyonel sayılar çarpılırken önce tam sayılı kesirler bileşik kesre çevrilir. Sonra çarpma işlemi yapılır.

6-RASYONEL SAYILAR KÜMESİNDE ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

a) Kapalılık özelliği:

İki rasyonel sayının çarpımı yine bir rasyonel sayıdır. Yani rasyonel sayılar kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır.

ÖR: $+\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = -\frac{6}{12}$

$$4 \ 3 \ 12$$

$$-7-$$

b) Değişme özelliği:

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

ÖR: $-\frac{19}{20} - \frac{1}{3} = +\frac{19}{60}$

$$20 \ 3 \ 60$$

$$-1 \ -19 \ -19$$

$$3 \ 20 \ 60$$

c) Birleşme özelliği:

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

ÖR: $+\frac{3}{1} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = -\frac{6}{15}$

$$1 \ 3 \ 5 \ 3 \ 5 \ 15$$

$$+3 \ -2 \ +1 \ +3 \ -2 \ -6$$

$$1 \ 3 \ 5 \ 1 \ 15 \ 15$$

d) Yutan eleman:

Bir rasyonel sayının "0" sayısı ile çarpımı "0"dır."0" sayısına ,çarpma işleminin yutan elemanı denir.

ÖR: $-7 \cdot -7$
 $9 \cdot 9$

e)Etkisiz birim eleman:

+1 rasyonel sayısına, çarpma işlemine göre etkisiz (birim) eleman denir.

ÖR: $+4 \cdot +4 \cdot +4 \cdot +4$
 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

-8-

f)Ters eleman:

Çarpımları +1 olan iki rasyonel sayıya çarpma işlemine göre tersi denir.

ÖR: $+2 \cdot +3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot +1$
 $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

g)Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği:

Rasyonel sayılar kümesinde , çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

ÖR: $+1 \cdot +2 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +3 \cdot +3$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8$

$+1 \cdot +2 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +2 \cdot +1 \cdot +1$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4$

$+2 \cdot 1 \cdot +3$
 $8 \cdot 8 \cdot 8$

h)Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği:

Rasyonel sayılar kümesinde , çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

ÖR: $1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8$

$1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4$

$2 \cdot 1$
 $8 \cdot 8$

1
 8

-9-

7-RASYONEL SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

İki rasyonel sayının bölme işlemi yapılırken, bölünene rasyonel sayı , bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpılır.Elde edilen çarpım bölümü verir.

NOT:Aynı işaretli iki rasyonel sayının bölümü pozitif;ters işaretli ki rasyonel sayının bölümü ise negatif bir rasyonel sayıdır.

Yani: $+ \times + = +$

$- \times - = +$

$- \times + = -$

$+ \times - = -$

ÖR: $-3 +2 -3 +4 -3$

$4 4 4 2 2$

+1 tam sayısının , bir rasyonel sayıya bölünmesinden elde edilen bölüm,bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersine eşittir.

ÖR: $-2 1 -7 -7$

$7 1 2 2$

(-1)tam sayısının, bir rasyonel sayıya bölünmesinden elde edilen bölüm bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersinin ters işaretlisine eşittir.

ÖR: $12 +17 17$

$17 12 12$

-10-

Bir rasyonel sayının , +1 tamsayısına bölünmesinden elde edilen bölüm , rasyonel sayının kendisine eşittir.

Bir rasyonel sayının,(-1) tamsayısına bölünmesinden elde edilen bölüm , bölünen rasyonel sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

ÖR: $-2 -2 1 -2 1 -2$

$7 7 1 7 1 7$

ÖR: $-2 -2 -1 -2 -1 2$

$7 7 1 7 1 7$

NOT:Sıfır sayısının , sıfırdan farklı olan her rasyonel sayıya bölümü "0" dır.

Bir rasyonel sayının sıfıra bölümü tanımsızdır.

Rasyonel sayılar kümesinde bölme işleminde , doğal sayılar ve tam sayılar kümesindeki bölme işlemine olduğu gibi; "bölünen = bölen x bölüm" ilişkisi vardır.

NOT:Rasyonel sayılar kümesi , bölme işlemine göre kapalıdır.

NOT:Rasyonel sayılar kümesinde , bölme işleminin değişme özelliği yoktur.

NOT:Rasyonel sayılar kümesinde , bölme işleminin birleşme özelliği yoktur.